

Sınıf Öğretmeni Adaylarının Geometrik Düşünme Düzeyleri

Pre-service Elementary Teachers' Geometric Thinking Levels

Zülbiye Toluk ve Sinan Olkun
Abant İzzet Baysal Üniversitesi

Öz

Bu araştırmanın amacı, ilişkisel anlamaya yönelik geometri öğretiminin, hizmet öncesi sınıf öğretmenlerinin geometrik düşünme düzeyleri üzerine etkisini belirlemektir. Sınıf Öğretmenliği Bölümü Temel Matematik II dersinin dört grubu örneklem olarak seçilmiştir. Gruplardan birine geleneksel yöntemle ve üçüne ise ilişkisel anlamaya yönelik bir eğitim verilmiştir. Araştırmada ön-test/son-test deseni kullanılmıştır. 5 haftalık bir eğitim sonunda, deneysel grupların geometri düşünme düzeylerinde anlamlı bir gelişme görülmüş, fakat kontrol grubunda böyle bir gelişme gözlenememiştir. Ayrıca kontrol ve deney gruplarının geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır.

Anahtar Sözcükler: van Hiele geometrik düşünme düzeyi, hizmet öncesi sınıf öğretmenleri.

Abstract

The purpose of this study was to investigate the effects of geometry instruction emphasizing relational understanding on preservice elementary teachers' geometric thinking levels. Four groups of Basic Mathematics II were selected as the sample. One of the groups received traditional instruction and the other three groups received geometry instruction which emphasized relational understanding. A pre-post test experimental group design was used. After 5 weeks instruction, it was found that there was a significant difference between the geometric thinking levels of the experimental and control groups in favor of the experimental group. In addition, there was a significant difference between the pre and post test geometric thinking levels of the experimental groups.

Key Words: van Heile geometric thinking levels, preservice teacher education.

Giriş

Geometrik düşünce gelişiminin belli aşamalar göstermesi, geometri öğretimine belli güçlükler getirmektedir. Yapılan uluslararası araştırmalar, Türkiye'nin geometri başarısında 38 ülke arasında 31. olduğunu göstermiştir (Mullis, Martin, Gonzalez, Gregory, Garden, O'Connor, Chrotowski ve Smith, 2000). Ayrıca, Türkiye diğer konu alanlarına göre geometride daha düşük bir başarı göstermiştir.

Geometri öğretiminin iyileştirilebilmesi için, matematik öğretmenlerinin hem bu konuda yeterince deneyimi

ve bilgisi olmalı, hem de öğreteceği sınıf düzeyinin en az bir ya da iki düzey ilerisinde olacak şekilde geometri alan bilgisine sahip olmaları gerekmektedir. Bu nedenle, sınıf öğretmenleri de yeterli düzeyde alan bilgisine ve deneyime sahip olmaları için bu yönde eğitilmelidirler.

Van Hiele'nin geometrik düşünme modeli çocukların, 5 aşamadan geçtiğini belirtir (van Hiele, 1986; Duatepe, 2000; Teppo, 1991). Bu model ilköğretimde geometri öğretiminin önemine dikkatleri çekmiştir. Lise yıllarına gelindiğinde geometri dersinde başarı gösterilmesi, geometrik ispatların anlaşılması için öğrenciler 3. düzey düşünme özelliklerini göstermelidir (Teppo, 1991). Van Hiele modeline göre, geometri öğrenmenin sıralı doğası ve n düzeyindeki birinin $n+1$ düzeyinde sunulan bir derisi anlayamaması, çocukları lise öncesinde üçüncü düzeye geçirecek bir öğretimin yapılmasını zorunlu kılmak-

Yard. Doç. Dr. Zülbiye Toluk, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, 14280 Bolu. toluk@ibu.edu.tr Yard. Doç. Dr. Sinan Olkun, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, 14280 Bolu. olkun@ibu.edu.tr

tadır (Teppo, 1991). Ancak, van Hiele'nin (1986) de belirttiği gibi özellikle uygun eğitim verilmedikçe 3, 4 ve 5'inci düzeye ulaşmak neredeyse olanaksız görülmektedir. Ayrıca, ilk iki düzeyin verimsiz geçirilmesinin bir sonucu olarak öğrenciler lisede üçüncü düzey etkinliklerinde oldukça başarısız olmaktadır (Hoffer, 1983). Bu nedenle ilköğretimin birinci kademesi için yetiştirilen öğretmenler de en az 2. düzeyde sağlam bir geometri bilgisine sahip olmalıdır.

Öğretmenin bilgisinin, öğretim sürecinin iyileştirilmesinde etkili olduğu bir gerçektir. Burada öğretmenin bilgisi iki önemli unsurdan oluşmaktadır. Bunlar, geometri alan bilgisi ve öğrencilerin geometriye ilişkin bilişsel süreçleridir (Toluk, 1994). Öğretmenin geometri bilgisi ve öğrencilerin bilişsel süreçleri hakkındaki bilgileri geliştikçe, neyi nasıl öğrettikleri gözlenebilir şekilde değişmektedir (Swafford, Jones ve Thornton, 1997; Mistretta, 2000). Bu nedenle, matematik öğretmenleri hem öğretecekleri düzeyin özelliklerini bilmeli hem de ileri düzeylere öğrencileri hazırlayabilmelidir. Buradan yola çıkarak, bu çalışmanın amacı, Sınıf Öğretmenliği Temel Matematik II dersinde şekiller arası ilişkileri geliştirmeye yönelik geometri öğretiminin, geometrik düşünmenin gelişmesine bir katkıda bulunup bulunmadığını incelemektir.

Yöntem

Problem

İlişkisel anlamaya yönelik geometri öğretiminin Sınıf Öğretmenliği öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri üzerine etkisi nedir?

Örneklem

Örneklem olarak Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sınıf Öğretmenliği Bölümü'nün Temel Matematik II dersinden 4 grup seçilmiştir. Bu gruplara toplam 138 öğrenci kayıt yaptırmıştır.

Veri toplama araçları

Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla van Hiele Geometri Testi (vHGT) (Usiskin, 1982) kullanılmıştır. Bu testin Türkçeye uyarlanması ve geçerlik güvenilirlik çalışmaları Duatpe (2001) tarafından yapılmıştır. Test, van Hiele geometrik düşünme (vHGD) düzeylerinin belirlenmesinde birçok araştırma-

cı tarafından kullanılmış ve olumlu sonuçlar alınmıştır (Usiskin ve Senk, 1990). Van Hiele Geometri Testi'nde her bir düşünme düzeyine ait 5 soru olmak üzere toplam 25 soru bulunmaktadır. Bir öğrencinin belli bir düzeye atanabilmesi için öğrencinin 5 sorudan en az 4 tanesini doğru yapmış olması (Usiskin, 1982) şartı aranmıştır. Deneklerin hem vHGT'nde yaptıkları toplam doğru sayısı hem de bu teste dayalı olarak belirlenen vHGD düzeyleri değişken olarak alınmıştır.

Prosedür

Araştırmanın deseni, ön-test/son-test kontrol grup olarak seçilmiştir. Geometri ünitesinden iki hafta önce van Hiele Geometrik Düşünme Testi 4 gruba uygulanmıştır. Üç grup (110 öğrenci) deney grubu olarak rasgele seçilmiştir. Dördüncü grup ise kontrol grubu olarak alınmış ve grupta geleneksel ders programı ve öğretim yöntemi uygulanmıştır. Deney gruplarının hepsinde aynı program ve öğretim tekniği kullanılmıştır. Araştırmacılar, aynı zamanda uygulamayı yürütmüşlerdir.

Deney gruplarında sınıflandırma etkinliklerine önem verilmiş ve soru-yanıt yöntemi kullanılarak öğrencilerin dikkati geometrik şekillerin arasındaki ilişkilere çekilmiştir. Bu etkinliklerde öğrencilerin dikkati şekillerin özelliklerine (paralellik, açı, vb.) ve bu özelliklere göre sınıflandırmaya çekilmiştir. Örneğin, ikizkenar üçgen ile eşkenar üçgen arasında ne tür bir ilişki vardır? Hangisi hangisini kapsar? Neden? gibi sorulara sınıfla birlikte yanıt aranmıştır. Daha sonra öğrencilerin vardıkları sonuçları hem sözel hem de şema ile ifade etmeleri istenmiştir. Öğrencilerden "Her eşkenar üçgen aynı zamanda bir ikizkenar üçgendir" gibi sözel ifadeler istenmiştir. Ayrıca bu ilişkiyi aşağıdaki gibi şekille göstermeleri sağlanmıştır.



Şekil 1. Üçgenlerin kenarlarına göre sınıflandırılması

Deney gruplarında usta cetveli model olarak kullanılmıştır. Usta cetveli dinamik bir model olarak kullanılabildiği için şekillerin birbirine dönüştürülmesi daha kolay olmuştur. Örneğin usta cetveli ile yapılan bir paralel-kenar rahatlıkla dikdörtgene dönüştürülebilmektedir. Öğrenciler geometrik şekiller arasındaki ilişkileri kurmakta güçlük çektikleri zaman, usta cetveli ile bu şekiller tekrar oluşturulmuş, şekillerin özellikleri sorgulanmış ve böylece bu ilişkileri kurmalarına yardımcı olunmuştur. Ayrıca, öğrencilerden geometrik şekilleri tanımlamaları istendiğinde, gereksiz özellikleri elemeleri için usta cetveline başvurulmuştur. Bu etkinlikler boyunca öğrencilerden dörtgenleri sınıflandırmaları istenmiştir.

Alan, hacim, çevre, uzunluk gibi kavramlara ise problem-temelli yaklaşılmış ve sınıf içi tartışmalarla bu problemlere yanıt aranmıştır. Beş haftalık (10 saat) bir eğitim sonunda van Hiele Geometrik Düşünme Testi bütün gruplara tekrar uygulanmıştır.

Veri analizi

Verilerin analizinde SPSS (Statistical Package for Social Sciences) programı altında bulunan frekans, yüzde, t-test, ANOVA teknikleri kullanılmıştır.

Araştırmada ortaya çıkan diğer bir veri ise dörtgenleri sınıflandırma etkinliğinden elde edilen şemalardır. Öğrencilerden etkinliğin başında ve sonunda oluşturdukları şemalar toplanmış ve değerlendirilmiştir.

Bulgular ve Yorum

Araştırmanın sonuçları iki bölümde sunulacaktır. Birinci bölümde, uygulamadan sonra öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerindeki değişim; ikinci bölümde, sınıflandırma etkinliklerinden elde edilen sonuçlar sunulacaktır.

Geometrik Düşünme Düzeyi

Ön-test sonuçlarına, göre, uygulamadan önce öğrencilerin çoğunluğunun (% 66) ya düzeyleri belirlenmemiş ya da 1. düzeyde oldukları belirlenmiştir. Deney ve kontrol gruplarına ayrı ayrı (Tablo 1). Deney gruplarında, uygulamadan önce öğrencilerin %25'inin düzeyi belirlenmemiş ve % 67'si ilk iki düzeye yığılmıştır. Uygulamadan sonra, bu dağılım tersine dönmüş ve öğrencilerin % 51'i 3. düzey özelliklerini göstermiştir. Fakat kontrol grubunda öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde benzer bir değişim gözlenmemiştir (Tablo 1).

Tablo 1.

Deney ve Kontrol Gruplarında Öğrencilerin vHGD Geometrik Düşünme Düzeyleri

Grup	vHGD Düzeyi	Ön-Test		Son-Test	
		Sayı	Yüzde	Sayı	Yüzde
Deney	0*	27	24.5	3	2.7
	1	47	42.7	26	23.6
	2	27	24.5	21	19.1
	3	8	7.3	57	51.8
	4	1	0.9	3	2.7
Kontrol	0*	9	32.1	8	28.6
	1	9	32.1	11	39.3
	2	8	28.6	6	21.4
	3	2	7.1	3	10.7
	4	-	-	-	-

* Her bir düzeyde toplam 4 soruya doğru yanıt veremeyen öğrenciler 0 (sıfır) düzeyine atanmışlardır.

Tablo 2'de bütün grupların ön ve son-test toplam puan ortalamaları verilmektedir. Deney grupları ile kontrol grubunun ön-test toplam puan ortalamalarının birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. Ancak son-testte deney grupları ile kontrol grupları arasında gözle görülür bir fark ortaya çıkmıştır.

Ön-test sonuçlarına göre gruplar arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Son-test sonuçlarına göre gruplar arasında hem düzey hem de toplam test puanına göre bir fark olup olmadığına ANOVA testi kullanılarak bakılmıştır. Deney grubunun ön ve son-test toplam puanları

Tablo 2.

Ön ve Son Testte Deney ve Kontrol Gruplarının Toplam Puan Ortalamaları

Grup	N	Ön-Test		Son-Test	
		Ortalama	SD	Ortalama	SD
Deney 1	35	11.97	2.23	16.86	2.56
Deney 2	37	11.54	3.14	16.32	2.55
Deney 3	38	12.79	2.92	14.74	2.69
Kontrol	28	11.79	3.00	11.39	3.08

Not: Testten alınabilecek en yüksek puan 25'tir.

arasında anlamlı bir fark bulunmuştur, $F(3, 134) = 25, 170, p < .001$. Ayrıca düşünme düzeyleri baz alındığında da ön ve son-test arasında anlamlı bir fark bulunmuştur, $F(3, 134) = 15,623, p < .001$. Tukey testi ile farkın hangi gruplar arasında olduğuna bakıldığında, bütün deney gruplarının kontrol grubu arasında deney gruplarının lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Ayrıca, iki deney grubu arasında da fark ortaya çıkmıştır. Bu fark bu gruplardaki uygulamacıların farklı olmasından kaynaklanabilir (Tablo 3 ve 4).

Tablo 3.

Deney ve Kontrol Gruplarının Düzeylerinin Ortalama Farkları

Gruplar	Ortalama Fark
Deney 1 ve Deney 2	0.20
Deney 1 ve Deney 3	0.73*
Deney 1 ve Kontrol	1.46**
Deney 2 ve Deney 3	0.54
Deney 2 ve Kontrol	1.26**
Deney 3 ve Kontrol	0.73*

* $p < 0.01$; ** 0.001

Tablo 4.

Deney ve Kontrol Gruplarının Toplam Puanlarının Ortalama Farkları

Gruplar	Ortalama Fark
Deney 1 ve Deney 2	0.53
Deney 1 ve Deney 3	2.12*
Deney 1 ve Kontrol	5.46**
Deney 2 ve Deney 3	1.59
Deney 2 ve Kontrol	4.93**
Deney 3 ve Kontrol	3.34**

* $p < 0.01$; ** 0.001

Son olarak grupların ön ve son test toplam puanları ve düzeyleri arasında bir fark olup olmadığına bakılmıştır. Deney gruplarında anlamlı bir fark gözlenirken, kontrol grubunda gözlenememiştir (Tablo 5 ve 6).

Sınıflandırma Becerileri

Deney gruplarında dörtgenlerin özellikleri tartışılmadan önce, öğrencilerden dörtgenleri özelliklerine ve bu

Tablo 5.

Grupların Ön ve Son-Test Toplam Puan Ortalamaları Arasındaki Farkın Karşılaştırılması

Grup	N	SD	Ortalama fark Ön ve Son- Test	t
Deney	110	3.52	3,84	11,45*
Kontrol	28	1.07	0,04	0,18

* $p < 0.001$

Tablo 6.

Grupların Ön ve Son-Test Düzeyleri Arasındaki Farkın Karşılaştırılması

Grup	N	SD	Ortalama fark Ön ve Son- Test	t
Deney	110	1.27	1.11	9,19*
Kontrol	28	2.82	-0,39	-0,74

* $p < 0.001$

özellikler arasındaki ilişkilere göre sınıflandırılmaları istenmiştir. Bu sınıflandırmalarda öğrencilerden dörtgenleri hiyerarşik bir modele uyarlamaları beklenmiştir. Tablo 7'de öğrencilerin sınıflandırma şemalarının dağılımı verilmiştir.

Tablo 7.

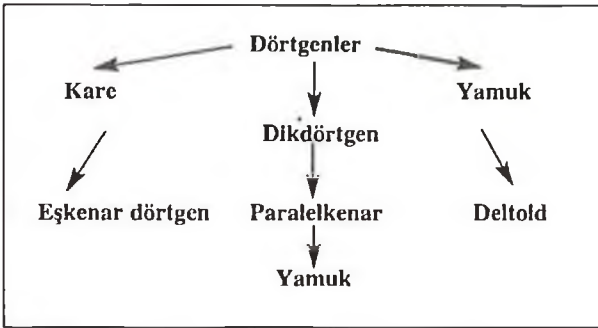
Uygulama öncesi dörtgenlerin sınıflandırılması

Şemalar	Yüzde (%)
Hiyerarşik yapılandırma yok	18
Yanlış hiyerarşik yapılandırma	60
Kısmen doğru	22

Tablo 7'de görüldüğü gibi hiçbir öğrenci dörtgenleri doğru şekilde sınıflandıramamıştır. Ortaya çıkan şemalar ya yanlış sıralama içermiş ya da bazı ilişkileri eksik göstermiştir. Öğrencilerin % 18'i geometrik şekiller arasında hiçbir hiyerarşik ilişkiyi kuramamışlardır. Örneğin "Her kare bir dikdörtgendir" ya da "Her dikdörtgen bir paralelkenardır" gibi ifadeler bu öğrenciler tarafından hiç kullanılmamıştır. Öğrencilerin % 60'ı ise bu ilişki-

ri yanlış kurmuşlardır. Örneğin, “Her paralelkenar bir dikdörtgendir” ya da “Her dikdörtgen bir karedir” gibi ters ifadeler kullanmışlardır.

Aşağıda, Şekil 2’de öğrencilerin oluşturmuş olduğu şemalardan bir örnek verilmiştir. Şema dikkatle incelendiğinde, öğrencinin şekiller arası ilişkileri yanlış oluşturduğu gözlenmektedir. Şemada dörtgenlerin genel veya daha kapsamlı bir şekilden özel bir şekile doğru sıralanması gerekirken bunun aksi görülmektedir. Ayrıca, bazı şekiller arası ilişkiler ise şemada gösterilmemiştir. Örneğin, eşkenar dörtgen aynı zamanda bir paralelkenardır, fakat bu bağ şemada yoktur.



Şekil 2. Bir Öğrencinin Dörtgenleri Sınıflandırması

Öğrencilerin % 22’sinin oluşturdukları şemalar kısmen doğrudur. Bu şemalarda öğrenciler çoğunlukla yamuk ve deltoidin şemadaki yerine karar verememişlerdir. Bu öğrenciler yamuk ve deltoidi dörtgenlerin ayrı birer alt kümesi olarak göstermişlerdir.

Dörtgenlerin özellikleri ve özellikler arası ilişkiler tartışıldıktan sonra öğrencilerden dörtgenleri özelliklerine göre tekrar sınıflandırmaları istenmiştir. Bu tartışmalarda öğrencilerin dörtgenleri tanımlamaları istenmiş ve bu tanımlarda ortak olan özelliklerin ne olduğu üzerinde durulmuştur. Örneğin, bir dörtgenin paralelkenar olabilmesi için karşılıklı kenarlarının paralel olması yeterlidir. Dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin de karşılıklı kenarları paraleldir. O halde, dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgen aynı zamanda bir paralelkenardır. Çünkü bu şekiller paralelkenarın bütün özelliklerini taşımaktadırlar. Uygulamadan sonra öğrencilerin yaptıkları sınıflama şemalarının değerlendirmesi Tablo 8’de verilmektedir.

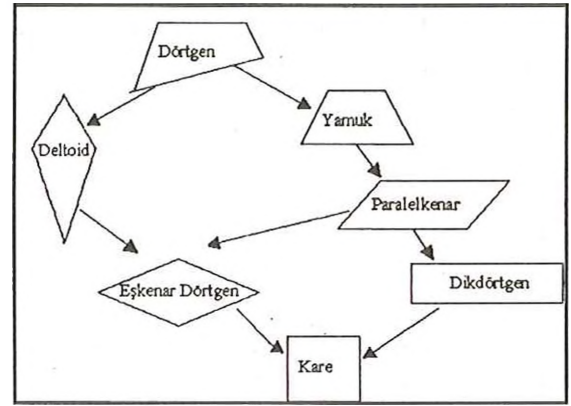
Tablo 8’de görüldüğü gibi uygulamadan sonra öğrencilerin yaklaşık % 50’si dörtgenleri doğru şekilde sınıflandırırken, % 39’u sadece yamuk ve deltoidin diğer

Tablo 8.

Uygulama Sonrası Dörtgenlerin Sınıflandırılması

Şemalar	Yüzde (%)
Yanlış hiyerarşik yapılandırma	15
Kısmen doğru	39
Doğru	46

dörtgenlerle olan ilişkilerini belirlemede zorluk çekmişlerdir. Ayrıca, öğrencilerin sadece % 15’i doğru sınıflandırma yapamamıştır.



Şekil 3. Dörtgenlerin Detaylı Sınıflandırılması

Şekil 3’te dörtgenlerin doğru sınıflandırması verilmiştir. Uygulama sonunda öğrencilerin %46’sı bu şemayı kendi kendilerine oluşturabilmişlerdir.

Sonuç ve Öneriler

Ön-test sonuçları Sınıf Öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin çoğunlukla 1. ya da 2. düzeyde olduğunu göstermiştir. Ayrıca, %25 gibi önemli bir bölümü ise herhangi bir düzeye atanamayacak durumda bulunmuştur. Bu ise üniversiteden önce 11 yıllık bir geometri öğretiminin geometrik düşünmenin gelişimine ne derecede katkıda bulunduğu konusunda kuşku doğurmaktadır. Bu sonuçlara göre 1. ve 2. düzeye uygun yeni etkinlikler hazırlanmıştır. Bu etkinlikler dörtgenlerin ve üçgenlerin sınıflandırılmasından oluşmuş ve sınıf içi tartışmalarla zenginleştirilmiştir. Bu tartışmalarda öğrencilerin dikkati şekiller ve özellikler arası ilişkilere çekilmiştir. Bu araştırmanın so-

nucu, eğer öğrencilerin dikkati şekiller ve özellikler arası ilişkilere çekilmezse, öğrencilerin bu ilişkileri kendi kendilerine oluşturamadıklarını göstermektedir. Sınıflandırma etkinliklerinin bu amaç için uygun ortamlar olduğu saptanmıştır. Ayrıca öğrencilerin kendi tanımlarını oluşturmalarının bu tür ilişkileri kurmalarına yardımcı olduğu görülmüştür. Öğrencilerin tanımları oluşturmalarında usta cetveli gibi dinamik modellerin etkili olduğu gözlenmiştir. Usta cetveli öğrencilerin bir tanım için hangi özellikler gerekli ve yeterli, hangi özelliklerin gereksiz olduğunu belirlemede etkili bir model olmuştur.

Sınıflandırma etkinliklerinin çocukların geometrik düşünme düzeylerinin gelişiminde etkili olduğu bilinmektedir. Bu nedenle, ilköğretimin ilk yıllarından itibaren bu tür etkinliklere yer verilmesi gerekmektedir. Fakat İlköğretim Matematik Programı'na bakıldığında, geometrik şekillerin sınıflandırılması ve dolayısıyla şekiller arası ilişkilerin kurulmasına yönelik etkinliklere pek yer verilmemektedir. Aksine, programda vurgu şekillerin isimleri ve tanımları üzerinedir. Bu da araştırmamız başında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin dağılımının neden farklılık gösterdiğini açıklamaktadır. Üniversite yıllarına gelmiş bir öğrencinin en az 3. düzey düşünme özelliklerini göstermesi gerekirken, öğrencilerin çoğunluğu 1. ve 2. düzeyde yığılmış ya da düzeyleri belirlenememiştir.

Araştırmaya katılan öğrenciler, dörtgenleri sınıflandırma etkinliğinde, hiyerarşik yapılandırmalarda güçlük çekmişlerdir. Birçok öğrenci dörtgen ve paralelkenar arasındaki ilişkiyi sezmış, fakat bunu nasıl ifade edeceğini bilememiştir. Öğrenciler paralelkenarın mı, yoksa dikdörtgenin mi hiyerarşik yapıda üstte olduğuna karar verememiştir. Bu yine, Türkiye'de matematik eğitiminde sınıflandırma etkinliklerine yer verilmemesiyle açıklanabilir. Bu tür etkinlikler, öğrencilerin şekiller arası mantıksal ilişkileri kurmalarına yardımcı olmaları açısından önemlidir.

İyi bir geometri öğretimi için ilköğretim geometri programının yapılan araştırmaların ışığında gözden geçirilmesi ve yeniden yapılandırılması gerekmektedir. Öğretmen eğitiminin de bu doğrultuda gerçekleştiril-

mesi gerekmektedir. Öğretmen eğitiminde iki önemli unsur üzerinde durulmalıdır. Birincisi, iyi bir geometri alan bilgisine sahip olmaları, ikincisi ise öğrencilerin geometriye ilişkin bilişsel süreçleri tanımlarını sağlayacak şekilde dersler verilmesidir.

Kaynakça

- Duatepe, A. (2000). *An investigation of the relationship between van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for pre-service elementary school teachers*. Unpublished Master's Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- Hoffer, A. (1983). Van Hiele based research. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, 205-27. USA: Academic Press.
- Mistretta, R. M. (2000). Enhancing reasoning in geometry. *Adolescence*, 35 (138), 369-379.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Gregory, K. D., Garden, R. A., O'Connor, K. M., Chrotowski, S. J. & Smith, T. A. (2000). *Findings from IES's repeat of third international mathematics and science study at the eight grade: International mathematics report*. Boston College, MA.
- Swafford, J. O., Jones, G. A. & Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (4), 467-483.
- Teppo, A. (1991). Van Hiele level of geometric thought revisited. *Mathematics Teacher*, (March), 210-221.
- Toluk, Z. (1994). *Matematik öğretmenlerinin sahip oldukları bilgilerin önemi ve bu bilgileri ne zaman kazandıkları üzerine görüşleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Usiskin, Z. & Senk, S. (1990). Evaluating a test of van Hiele levels: A response to Crowley and Wilson. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (3), 242-245.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando: Academic Press.
- Wilson, M. (1990). Measuring a van Hiele geometry sequence: A reanalysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (3), 230-237.

Geliş	3 Şubat 2003
İnceleme	4 Ağustos 2004
Kabul	6 Eylül 2004